

# INTERFERENȚA LUMINII ÎMPRĂȘTIATE DE DOUĂ PUNCTE CUANTICE

Sergiu CĂRLIG

Dr. hab. Mihai A. MACOVEI

Institutul de Fizică Aplicată al AȘM

## LIGHT INTERFERENCE SCATTERED FROM A QUANTUM DOT PAIR

**Summary:** We investigate the spatial interference pattern of the spontaneously emitted light scattered from a laser-pumped quantum dot pair. The phonon influence on the interference phenomena is rigorously analyzed. In particular, the interference pattern visibility is asymmetrical with respect to the laser-dot frequency resonance. The interference phenomenon persists even at the exact resonance in contrast to the similar effect obtained for a real atomic pair in the case of intense pumping.

**Keywords:** interference, visibility, quantum dots, phonons.

**Rezumat.** În această lucrare este studiată interferența luminii, împrăștiată spontan de două puncte cuantice care sunt excitate cu un fascicul laser coerent. Influența fononilor asupra tabloului de interferență este analizată detaliat. În particular, vizibilitatea franjelor de interferență este asimetrică în raport cu abaterea frecvenței laser de la frecvența de tranziție a punctelor cuantice. Tabloul de interferență persistă chiar și la rezonanța exactă, ceea ce nu e caracteristic pentru fenomenul de interferență obținut de la un sistem format din doi atomi la o pompă intensă.

**Cuvinte-cheie:** interferență, vizibilitate, puncte cuantice, fononi.

Fenomenul interferenței, pus în evidență în optică încă la începutul secolului al XIX-lea de către Young, a jucat un rol important pentru înțelegerea naturii luminii [1]. Dacă lumina este incidentă pe două fante separate spațial, atunci pe un ecran plasat perpendicular pe direcția de propagare a luminii se va observa o secvență de franje luminoase și întunecate. Experimentul clasic poate fi realizat aproape de oricine [2]. Deși în experimentul lui Young s-au utilizat unde care proveneau de la aceeași sursă, în principiu, interferența poate avea loc chiar dacă undele care interferă provin de la două surse independente. Atâta doar că rezultatul interferenței nu întotdeauna poate fi observat.

Tabloul de interferență fiind nestaționar, pentru observarea acestuia în lumină vizibilă ar fi nevoie

de detectori care au un timp de răspuns inferior perioadei de oscilație a undelor incidente, adică sub  $10^{-15}$  s. Într-adevăr, la compunerea a două unde electromagnetice, ale căror componente electrice sunt

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{01} \exp \{i\omega_1 t + \vec{k}_1 \vec{r}_1 + \varphi_1\} \text{ și}$$

$\vec{E}_2 = \vec{E}_{02} \exp \{i\omega_2 t + \vec{k}_2 \vec{r}_2 + \varphi_2\}$  termenul de interferență se obține după medierea după timp a pătrătuului intensității rezultante. În aceste relații  $\vec{E}_0$ ,  $\omega$ ,  $\vec{k}$  și  $\varphi$  sunt, respectiv, amplitudinea, frecvența, vectorul de undă și faza inițială a undei. Vizibilitatea [1] este determinată de:

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = 2 \vec{E}_{01} \vec{E}_{02} \frac{\left| \text{sinc} \left( \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \tau \right) \right|}{E_{01}^2 + E_{02}^2}. \quad (1.1)$$

Tabloul de interferență se va obține chiar dacă prin fante vor trece particule separate – fotoni sau electroni. Acest rezultat, deși la prima vedere pare contraintuitiv, este unul atestat experimental și doar lasă loc interpretărilor despre natura duală a luminii. Într-adevăr, dacă una din fante va fi acoperită, fotonul ar trebui să treacă doar prin cealaltă, pe ecran observându-se un maxim al intensității în dreptul fantei libere. La deschiderea ambelor fante, când intensitatea fascicului incident este atât de mică încât prin fante la momentul dat va trece doar un singur foton, ne vom aștepta să înregistrăm pe ecran două spoturi luminoase în dreptul fiecărei deschizături corespunzătoare fantei prin care trece fotonul. Totuși, pe ecran (peliculă fotografică) se observă un tablou de interferență cu minime și maxime luminoase. Dacă se va încerca stabilirea cu certitudine a fantei prin care a trecut fotonul, tabloul de interferență va dispărea. În aparență, fotonul trece prin ambele fante concomitent și interferă cu el însuși. Conform interpretărilor lui Feynman [3,4], fiecare foton nu doar trece prin fiecare fantă, ci traversează simultan toate traiectoriile posibile spre țintă, iar tabloul de interferență este un rezultat al interferenței amplitudinilor de probabilitate ale traiectoriilor fotonului.

O atracție specială, atât sub aspect teoretic cât și experimental, reprezintă interferența luminii împrăștiată de doi atomi separați spațial. Una dintre primele relatări experimentale ale lui Eichmann ș.a. [5] relevă un tablou de interferență obținut prin împrăștierea luminii de la doi ioni de mercur localizați într-o capcană. Lumina incidentă provine de la un laser cu lungimea de undă 194 nm. Instalația experimentală folosită este similară unui dispozitiv Young, iar încercările anterioare eșuate au fost cauzate de lipsa de localizare a atomilor/ionilor țintă,

cum este firesc de așteptat conform relației de incertitudine Heisenberg. Interferența luminii împrăștiată este observată la frecvența naturală ale sistemelor cu două nivele și doar la intensități mici ale radiației laser incidente. Ionii de Hg captați în capcană sunt distanțați în funcție de potențialul aplicat la distanțe de la 3 la 9 μm, prin urmare interacțiunea dipol-dipol dintre aceștia poate fi neglijată. În acord cu prezicerile mecanicii cuantice, se atestă experimental dispariția tabloului de interferență în situația în care se determină care atom împrăștie lumina. În modelul teoretic dezvoltat ulterior [6] atomii sunt descriși de către un potențial armonic tridimensional, iar rezultatele sunt în bună concordanță cu datele experimentale [5].

Mai recent, sunt supuse studiului atât experimental cât și teoretic sistemele constituite din ansambluri atomice [7] formate din ioni de Er dopați în două cristale de LiNbO<sub>3</sub>. Interferența se obține în lumina emisă spontan de către aceste ansambluri, excitate de un impuls laser. Distanța dintre ansamblurile atomice este circa 7 cm, în raport cu distanța de ordinul micrometrilor pentru experimentul descris anterior cu ionii de Hg.

În acest articol vom studia interferența spațială a luminii împrăștiată spontan de către două puncte cuantice cu două nivele energetice. În particular, vom analiza influența fononilor asupra tabloului de interferență, calculând vizibilitatea franjelor. Am obținut că vizibilitatea franjelor de interferență este asimetrică în raport cu abaterea frecvenței laserului de la frecvența de tranziție a punctelor cuantice. Acest rezultat este diferit de cel obținut în urma interferenței a doi atomi vizibilitatea cărora este simetrică. Mai mult, la rezonanță vizibilitatea franjelor de interferență de la sistemul atomic dispare la pompări mai intense [8]. În prezența fononilor, vizibilitatea crește chiar și în cazul rezonanței exacte.

Articolul este structurat în felul următor: în paragraful 2 se prezintă modelul cercetat și ecuația master cu ajutorul căreia se obțin ecuațiile de mișcare; rezultatele obținute și concluziile sunt analizate în paragraful următor, 3.

### Formalismul analitic

Considerăm un sistem format din două puncte cuantice situate la o distanță cu mult mai mare decât lungimea de undă corespunzătoare frecvenței de tranziție. Sistemul respectiv este pompat cu lumină laser, vectorul de undă al căreia este perpendicular pe vectorul ce unește punctele cuantice. Fiecare punct cuantic este modelat ca un sistem ce conține doar două nivele energetice. Spre deosebire de

atomii reali, în sistemele artificiale de atomi fononii joacă un rol important și sunt luați în considerație. În reprezentarea stărilor îmbrăcate ecuația master corespunzătoare unui singur punct cuantic este:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\langle Q(t) \rangle - i\bar{\Omega}\langle [R_z, Q] \rangle = -\gamma \left\langle \left( \frac{R_z}{2} \sin 2\theta + R^+ \cos^2 \theta - R^- \sin^2 \theta \right) \times \right. \\ \left. \times \left[ \frac{R_z}{2} \sin 2\theta + R^- \cos^2 \theta - R^+ \sin^2 \theta, Q \right] \right\rangle + \\ + \frac{\Gamma}{4}(1 + \bar{n}) \sin 2\theta \langle R^+ [R_z \cos 2\theta - (R^- + R^+) \sin 2\theta, Q] \rangle + \\ + \frac{\Gamma}{4} \bar{n} \sin 2\theta \langle R^- [R_z \cos 2\theta - (R^- + R^+) \sin 2\theta, Q] \rangle + H.c., \end{aligned} \quad (2.1)$$

unde  $Q$  este orice operator ce descrie dinamica punctului cuantic, iar operatorii de tranziție între nivelele îmbrăcate sunt definite astfel:  $R_z = |+\rangle\langle +| - |-\rangle\langle -|$ ,  $R^+ = |+\rangle\langle -|$ ,  $R^- = |-\rangle\langle +|$  și satisfac relațiile de comutare proprii algebrei su(2). Stările  $|+\rangle$  și  $|-\rangle$  sunt stările îmbrăcate definite în [8,9], de exemplu.  $\bar{\Omega} = \sqrt{\Omega^2 + \left(\frac{\Delta}{2}\right)^2}$ , unde

$\Omega$  este frecvența Rabi, iar  $\Delta = \omega_0 - \omega_L$  este diferența dintre frecvențele atomului și ale radiației laser.  $\cot 2\theta = \frac{\Delta}{2\Omega}$ ,  $\gamma$  este rata emisiei spontane, iar  $\Gamma (< \Omega)$  - cea a fononilor.  $\bar{n}$  este numărul mediu de fononi corespunzător temperaturii T. Cu ajutorul relațiilor de comutare, pentru operatorii ce descriu punctele cuantice pot fi obținute următoarele ecuații de mișcare:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\langle R_z \rangle = - \left\{ 2\gamma (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) + \frac{\Gamma}{2}(1 + 2\bar{n}) \sin^2 2\theta \right\} \langle R_z \rangle + \\ + \frac{\gamma}{2} \sin 4\theta (\langle R^+ \rangle + \langle R^- \rangle) - 2\gamma \cos 2\theta - \frac{\Gamma}{2} \sin^2 2\theta, \quad (2.2) \\ \frac{d}{dt}\langle R^+ \rangle = \left\{ 2i\bar{\Omega} - \gamma (\sin^2 2\theta + \cos^4 \theta + \sin^4 \theta) - \frac{\Gamma}{4}(1 + 2\bar{n}) \sin^2 2\theta \right\} \langle R^+ \rangle - \\ - \frac{1}{2} \left\{ \gamma - \frac{\Gamma}{2}(1 + 2\bar{n}) \right\} \sin^2 2\theta \langle R^- \rangle + \frac{1}{4} \left\{ \gamma - \frac{\Gamma}{2}(1 + 2\bar{n}) \right\} \sin 4\theta \langle R_z \rangle + \\ + \gamma \sin 2\theta - \frac{\Gamma}{8} \sin 4\theta, \end{aligned}$$

iar ecuația de mișcare pentru operatorul  $R^-$  se obține din cea pentru  $R^+$  la conjugare.

Dacă detectorul este plasat într-un plan perpendicular fascicului laser, la o distanță cu mult mai mare decât dimensiunile sistemului compus din punctele cuantice, atunci intensitatea luminii împrăștiată poate fi calculată în felul următor [8,9]:

$$\begin{aligned} I = C \sum_{j,l=1}^2 \langle S_j^+ S_l^- \rangle e^{i(\vec{k}_l \vec{r}_{jl})} = C \left\{ \langle S_1^+ S_1^- \rangle + \langle S_2^+ S_2^- \rangle + \right. \\ \left. + \langle S_1^+ S_2^- \rangle e^{i(\vec{k}_l \vec{r}_{12})} + \langle S_2^+ S_1^- \rangle e^{i(\vec{k}_l \vec{r}_{21})} \right\} \quad (2.3) \end{aligned}$$

unde operatorii  $S$  descriu tranzițiile cuantice ale punctelor cuantice neîmbrăcate [8],  $r_{12}$  este intervalul spațial între punctele cuantice, iar  $k_L$  este vecto-

rul de undă al luminii laser.  $C$  este o constantă care depinde de geometria concretă a sistemului cercetat. Pentru puncte cuantice aproape identice relația privind intensitatea luminii împrăștiată este:

$$I = 2C \left\{ \langle S_1^+ S_1^- \rangle + \langle S_1^+ S_2^- \rangle \cos(\bar{k}_L \bar{r}_{12}) \right\}, \quad (2.4)$$

și deci

$$I_{\max} = 2C \left\{ \langle S_1^+ S_1^- \rangle + \left| \langle S_1^+ S_2^- \rangle \right| \right\} \text{ iar}$$

$$I_{\min} = 2C \left\{ \langle S_1^+ S_1^- \rangle - \left| \langle S_1^+ S_2^- \rangle \right| \right\} \quad \text{Vizibilita-$$

tea franjelor de interferență:  $V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$ , se

definește pentru sistemul nostru în felul următor:

$$V = \frac{\left| \langle S_1^+ S_2^- \rangle \right|}{\langle S_1^+ S_1^- \rangle}.$$

Pentru puncte cuantice care nu interacționează avem:

$$V = \frac{\left| \langle S^+ \rangle \right|^2}{\frac{1}{2} + \langle S_z \rangle}, \quad (2.5)$$

unde  $0 \leq V \leq 1$  și

$$\begin{aligned} \langle S^+ \rangle &= \frac{\langle R_z \rangle}{2} \sin 2\theta + \langle R^+ \rangle \cos^2 \theta - \langle R^- \rangle \sin^2 \theta, \\ \langle S_z \rangle &= \frac{1}{2} \left( \langle R_z \rangle \cos 2\theta - (\langle R^- \rangle + \langle R^+ \rangle) \sin 2\theta \right) \end{aligned} \quad (2.6)$$

În paragraful ce urmează vom cerceta detaliat tabloul de interferență obținut de la împrăștierea luminii spontane de către două puncte cuantice pompate cu lumină coerentă.

### Rezultate și concluzii

În Figura 1 este reprezentată vizibilitatea franjelor de interferență obținută la detectarea luminii împrăștiată spontan de către două puncte cuantice independente. Pentru comparație, curba continuă descrie vizibilitatea obținută de la un sistem format din doi atomi cu două nivele energetice [8,9]. Observăm că la rezonanță vizibilitatea franjelor de interferență este mai mare decât pentru un sistem atomic. Efectul se datorează prezenței fononilor care redistribuie populația nivelelor energetice ale punctelor cuantice. Mai mult, vizibilitatea tabloului de interferență obținut pentru punctele cuantice nu este simetrică în raport cu abaterea de la rezonanță a fasciculului laser de la frecvența de tranziție.

În concluzie, prezența fononilor proprie punctelor cuantice contribuie la modificarea esențială

a tabloului de interferență a luminii împrăștiată la pomparea punctelor cuantice.

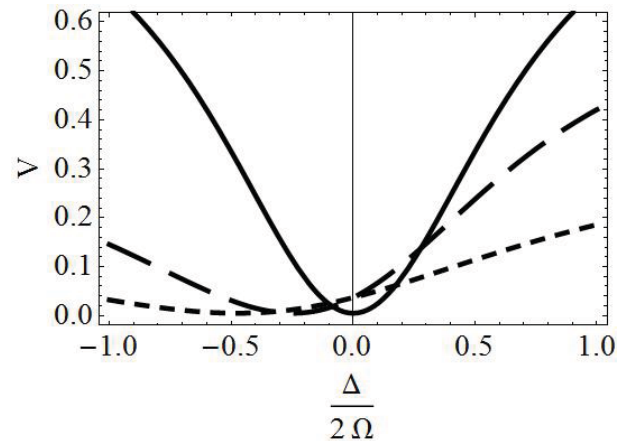


Fig.1: Vizibilitatea franjelor de interferență  $V$  versus  $\Delta/2\Omega$ .

Liniile: continuă, întreruptă lung și întreruptă

scurt corespund parametrilor:  $\Gamma/\gamma = 0, \bar{n} = 0$ ;

$\Gamma/\gamma = 1, \bar{n} = 0.5$  și  $\Gamma/\gamma = 2, \bar{n} = 1$ .

Alți parametri sunt:  $\Omega/\gamma = 10$ .

### Bibliografie

1. Сивухин Д.В., *Общий курс физики. Том 4. Оптика*. Москва, Мир, 1980, 752 p.
2. Cârlig S., Ciobanu O., Cuciureanu C., *Studiul interferenței luminii*, Lucrare de laborator, În: *Fizica și tehnologiile moderne*, 2004, v2, nr. 3-4, p. 60-62. <http://sfm.asm.md/ftm/vol2nr3-4/>
3. Yabuki H., *Feynman path integrals in the Young double-slit experiment*, International Journal of Theoretical Physics, February 1986, Volume 25, Issue 2, pp 159-174.
4. Feynman R., Hibbs A., *Quantum mechanics and path integrals*, Dover publications INC, New York, 2010, 382 p.
5. Eichmann U., et.al., *Young's Interference Experiment with Light Scattered from Two Atoms*, In: Phys. Rev. Lett. 1993, v70, 2359.
6. Itano W. et.al., *Complementarity and Young's interference fringes from two atoms*, In: Phys. Rev. A, 1998 v57, 4176-4187.
7. Afzelius M., et al, *Interference of spontaneous emission of light from two solid-state atomic ensembles*, In: 2007 New J. Phys. v9 413.
8. Macovei M., Evers J., Li G., Keitel C. H., *Strong-Field Spatial Interference in a Tailored Electromagnetic Bath*, In: Phys. Rev. Lett. 2007, v 98, 043602.
9. Ficek Z., Swain S., *Quantum Interference and Coherence: Theory and Experiments*, Springer Verlag, Berlin, 2005.